

# Classement Elo FIDE 2015

Une présentation DiagonaleTV

7 avril 2015

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Arpad Elo</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Historique : loi normale, puis logistique</b>	<b>3</b>
2.1	Loi normale . . . . .	3
2.2	Loi logistique . . . . .	3
2.3	Comparaison normale / logistique . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Probabilité de gain en fonction du Elo</b>	<b>5</b>
3.1	Calcul des points en pratique . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Répartition des classements Elo FIDE des joueurs et joueuses dans le monde</b>	<b>7</b>

## 1 Arpad Elo

Arpad Elo, né le 25 août 1903 en Hongrie — mort le 5 novembre 1992 aux USA, est un scientifique, mathématicien et joueur d'échecs américain d'origine hongroise. Il est surtout connu pour son système d'estimation de la force des joueurs d'échecs, le classement Elo.

## 2 Historique : loi normale, puis logistique

Le classement Elo est une méthodologie de classement originale inventée par Arpad Elo, qui consiste à donner à un joueurs un nombre de points, dont la différence avec le nombre donné à son adversaire, permet d'obtenir une espérance statistique de gain.

### 2.1 Loi normale

Historiquement c'est d'abord la loi normale qui était le fondement du classement Elo :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

### 2.2 Loi logistique

La loi de probabilité a été revue en fonction des résultats constatés des joueurs, et désormais suit une loi de probabilité qui n'est plus la loi normale, mais la loi logistique dont la densité est de la forme :

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}$$

### 2.3 Comparaison normale / logistique

Comparaisons des deux densités de probabilités normale et logistique :

FIGURE 1 – Loi normale

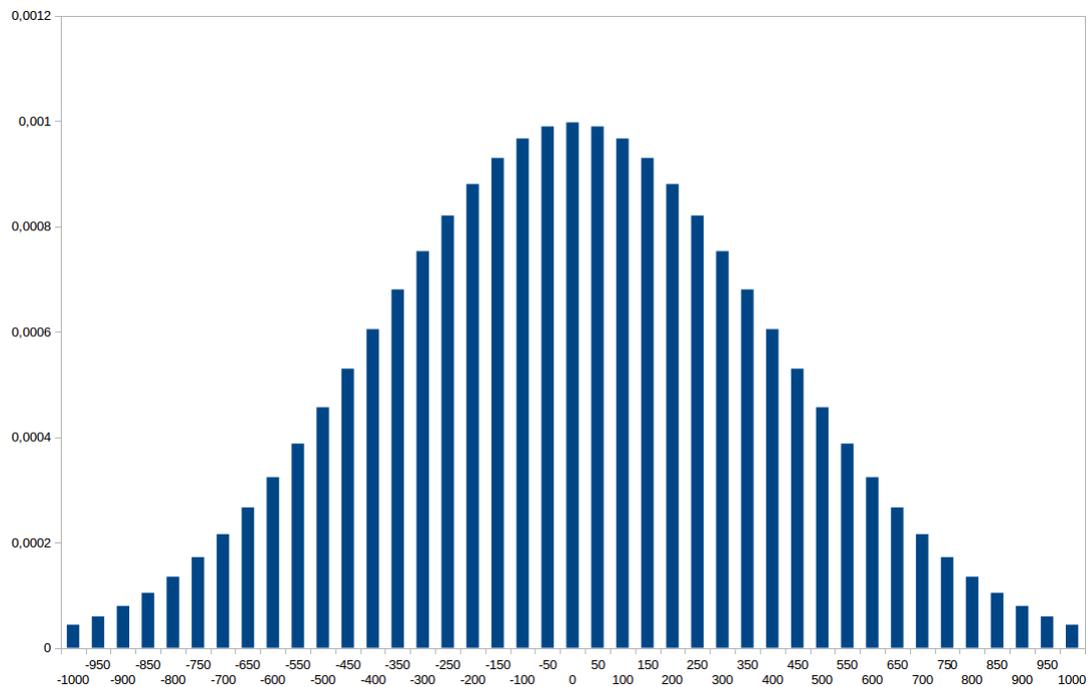


FIGURE 2 – Loi logistique

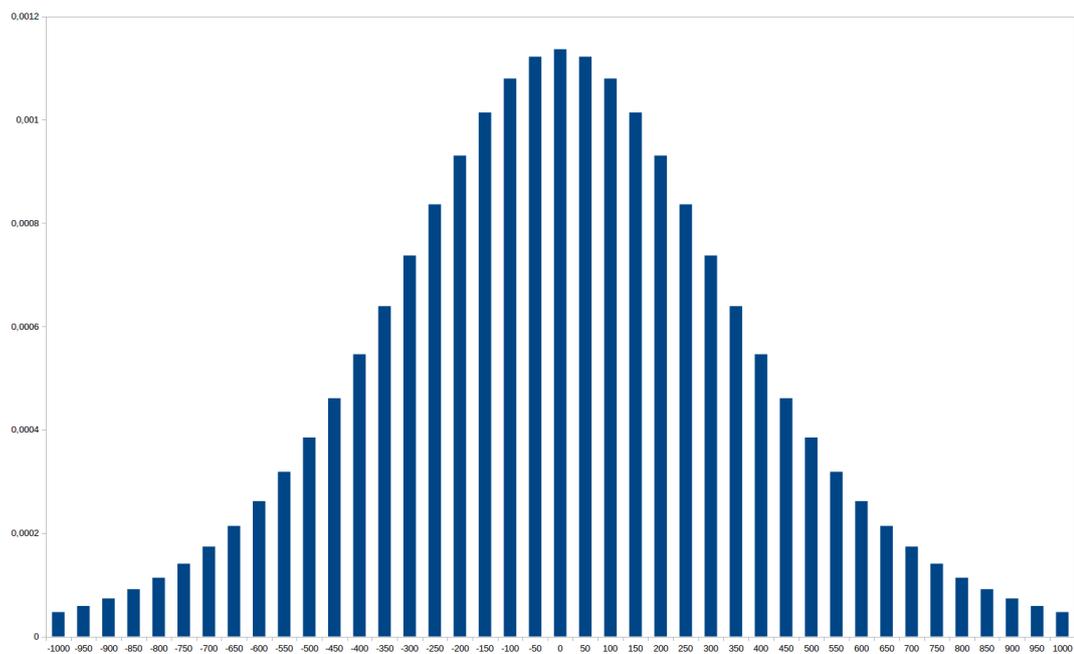
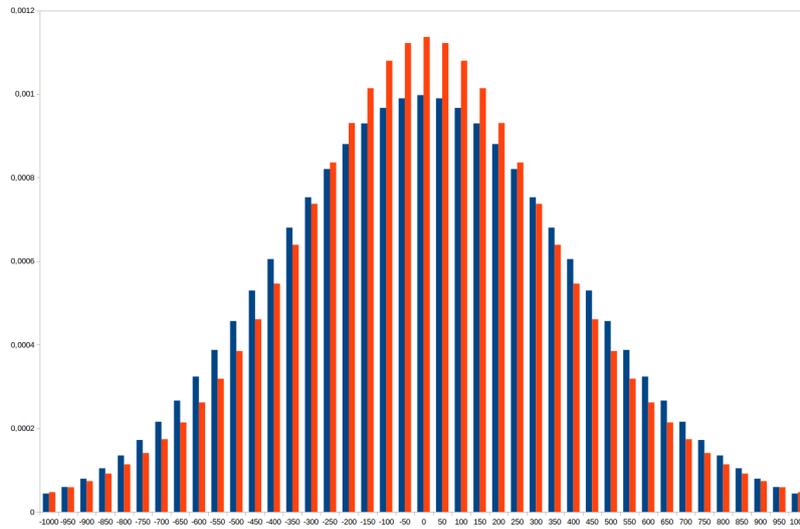


FIGURE 3 – Normale et Logistique



### 3 Probabilité de gain en fonction du Elo

Maintenant que l'on connaît la loi de probabilité logistique utilisée pour le classement Elo, on démontre mathématiquement que l'on peut obtenir ce qu'on appelle la fonction de répartition, qui sera simple à utiliser et à interpréter, qui est de la forme suivante pour le classement Elo :

$$f(D) = \frac{1}{1 + 10^{-\frac{D}{400}}}$$

Et qui nous donne directement la probabilité de gain en fonction de la différence de classement "D" entre les joueurs.

Quelques exemples de calculs :

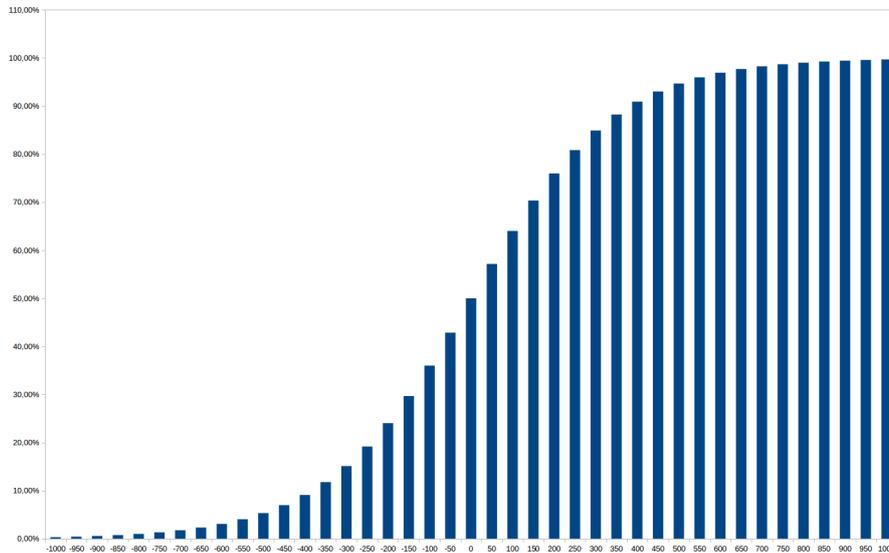
$$f(+400) = \frac{1}{1 + 10^{-\frac{400}{400}}} = \frac{1}{1 + 10^{-1}} = \frac{1}{1,1} = 90,09\%$$

$$f(0) = \frac{1}{1 + 10^{-\frac{0}{400}}} = \frac{1}{1 + 10^0} = \frac{1}{2} = 50\%$$

$$f(-100) = \frac{1}{1 + 10^{-\frac{-100}{400}}} = \frac{1}{1 + 10^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{1 + 1,778...} = 36\%$$

$$f(+100) = \frac{1}{1 + 10^{-\frac{100}{400}}} = \frac{1}{1 + 10^{-\frac{1}{4}}} = \frac{1}{1 + 0,562...} = 64\%$$

FIGURE 4 – Probabilité de gain en fonction du Elo



### 3.1 Calcul des points en pratique

La règle de l'évolution de son classement Elo est donc fondée sur cette même fonction, selon la règle suivante :

$$E_{n+1} = E_n + K [R - f(D)]$$

Où  $D$  est la différence de classement,  $R$  le résultat de la partie,  $K$  un coefficient qui vaut 40 pour un nouveau joueur, 20 pour un joueur confirmé (plus de 30 parties comptabilisées) et 10 pour les joueurs dont le Elo est supérieur à 2400 points.

Exemple avec un joueur confirmé classé 1900 Elo (donc  $K=20$  pour lui) qui affronte un classé 2100 Elo et qui gagne la partie ( $R = 1$ ). On a donc la différence de classement qui vaut  $D = 1900 - 2100 = -200$  points, il ne part pas favori !

Calculons donc tout d'abord son espérance de gain  $f(D)$  :

$$f(-200) = \frac{1}{1 + 10^{-\frac{-200}{400}}} = \frac{1}{1 + 10^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{1 + 3,162...} = 24\%$$

Il va donc gagner d'autant plus de points avec ce résultat, que ce qui était attendu était loin du résultat réel :

$$E_{n+1} = E_n + 20 [1 - 24\%] = E_n + 15,2$$

## 4 Répartition des classements Elo FIDE des joueurs et joueuses dans le monde

Maintenant que nous avons bien compris comment fonctionne le classement Elo, nous allons pouvoir analyser quelques graphiques de répartition du classement international pour les joueurs, les joueuses, les GMI, les MI, et quelques fédérations nationales et les comparer.

Nous allons découvrir des informations très intéressantes via cette analyse.

FIGURE 5 – Classement FIDE Avril 2015

